

## “Antenas”

José Luis Besada Sanmartín  
Leandro de Haro y Ariet  
Manuel Sierra Pérez



Consultas:

José Luis Besada Sanmartín Despacho C-417  
Leandro de Haro Ariet: Despacho C-411  
Manuel Sierra Pérez: Despacho C-418

ANT 1

## Presentación de la Asignatura

### TEMARIO

- Introducción 0,6 créditos
- Antenas lineales y Método de los Momentos 0,8 créditos
- Principios de equivalencia 0,4 créditos
- Antenas de Ranura y Parches 0,2 créditos
- Bocinas 0,4 créditos
- Arrays. Análisis 0,4 créditos
- Arrays. Síntesis 0,8 créditos
- Diseño de arrays reales. 0,4 créditos
- Reflectores 0,4 créditos
- Diseño de reflectores 0,4 créditos
- Antenas independientes de la frecuencia 0,4 créditos
- Medida de antenas 0,2 créditos
- Dan 54 horas

ANT 2

## Materiales y Evaluación del Curso

---

- Notas de clase que incluyen:
  - Transparencias
  - Algunas notas aclaratorias
  - Artículos sobre temas específicos
- Programas básicos de diseño de antenas lineales, arrays y de aperturas.
  - Programa AWAS o 4NEC2: Antenas lineales
  - Programa SABOR: Bocinas y Reflectores
  - Programa CST Microwave: Programa generalista
- Evaluación:
  - Problemas de carácter teórico/práctico propuestos en clase
  - Ejercicio de diseño realizado individualmente o en pequeños grupos
    - Se entregarán informes parciales
    - Se presentarán públicamente los resultados de estos ejercicio

ANT 3

## Bibliografía

---

- “Antenas”, Angel Cardama. Ediciones U.P.C. 1993.
- “Antenas and Radiowave Propagation”, R.E. Collin. Mc Grawn Hill 1985.
- “Antenna Theory. Analysis and Design”. C. Balanis. John Wiley&Sons. 1997.
- “Antenna Theory and Design”. W. L. Stuzman. John Wiley&Sons. 1981.

ANT 4

## Antenas - Introducción

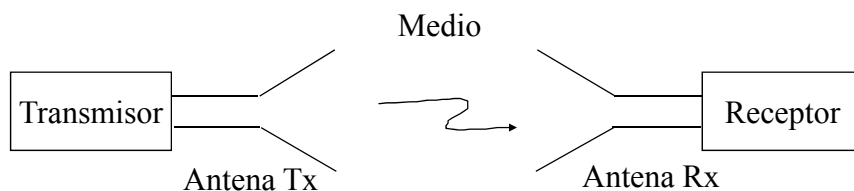


- Concepto de Antena.
- Tipos de Antena.
- Distribución de Corriente.
- Rendimiento de Radiación.
- Campo radiado por un Elemento de Corriente.
- Campos de Radiación de una Antena.



## Concepto de Antena

- Una antena es un “dispositivo capaz de radiar y recibir ondas de radio” que adapta la entrada/ salida del receptor/ transmisor al medio.
- Las propiedades de una buena antena son:
  - Buen Rendimiento
  - Buena direccionalidad u omnidireccionalidad (dependiendo de la aplicación)



## Servicios y Bandas de Radio

Frequency band	Designation	Typical service	
3-30 kHz	Very low frequency (VLF)	Navigation, sonar	
30-300 kHz	Low frequency (LF)	Radio beacons, navigational aids	
300-3000 kHz	Medium frequency (MF)	AM broadcasting, maritime radio, Coast Guard communication, direction finding	
3-30 MHz	High frequency (HF)	Telephone, telegraph, and facsimile; shortwave international broadcasting; amateur radio; citizen's band; ship-to-coast and ship-to-aircraft communication	
30-300 MHz	Very high frequency (VHF)	Television, FM broadcast, air traffic control, police, taxicab mobile radio, navigational aids	
300-3000 MHz	Ultrahigh frequency (UHF)	Television, satellite communication, radiobsonde, surveillance radar, navigational aids	Analog and Digital Mobile Services
3-30 GHz	Superhigh frequency (SHF)	Airborne radar, microwave links, common-carrier land mobile communication, satellite communication	DBS: Direct Broadcasting Services
30-300 GHz	Extremely high frequency (EHF)	Radar, experimental	

## Bandas de Microondas y Guías Rectangulares Normalizadas

Banda	Frecuencias (GHz)	Denominación de Guías E.I.A.	Banda Guía (GHz)
L	1-2	WR-650	1,2-1,7
S	2-4	WR-430 WR-284	1,7-2,6 2,6-3,9
C	4-8	WR-187 WR-137	3,9-6 5,8-6,2
X	8-12,4	WR-90 WR-75	8,2-12,4 10-15
Ku	12,4-18	WR-62	12,4-18
K	18-26,5	WR-42	18-26,5
Ka	26,5-40	WR-28	26,5-40
mm	40-300	WR-19, WR-22, WR-15, etc.	-

$$\frac{TE_{10}}{\lambda_c} = 2a$$

a

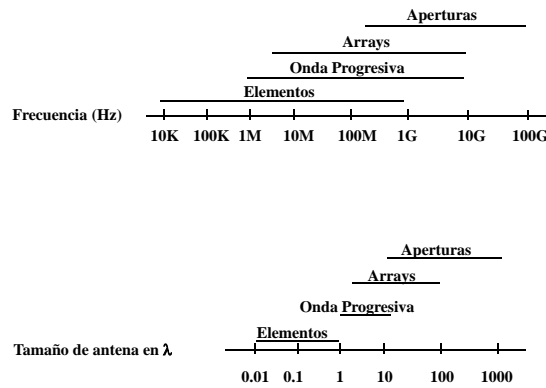
### Denominación E.I.A.

b El número que acompaña a WR es la dimensión interna a de la guía de onda en centésimas de pulgada. (1"=25.4 mm). b≈0,5a

## Tipos de Antenas

- Según el “modo de radiación” se definen cuatro grupos de antenas:

- elementos de corriente (eléctrica o magnética),
- antenas de onda progresiva,
- arrays y
- aperturas.



## Antenas Lineales Elementos de Corriente y Onda Progresiva

- Análisis convencional aproximado: Postulación de corriente y Potencial Vector Retardado.
- Análisis preciso: Método de los Momentos

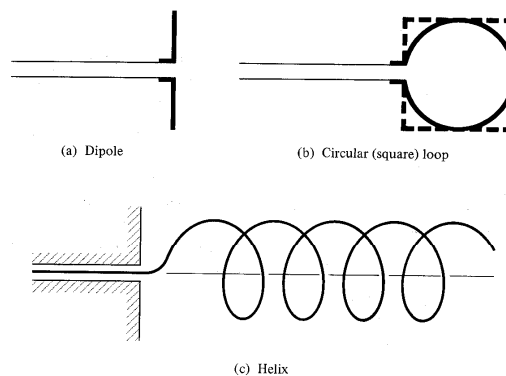
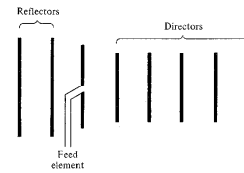


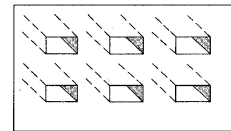
Figure 1.2 Wire antenna configurations.

## Arrays

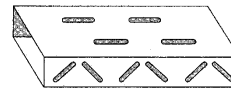
- Análisis: Linealidad E. Maxwell=  
Superposición => Principio de Multiplicación de Diagramas.
- Factor de Array: Función de la Geometría y de las corrientes de alimentación.
- Diseño circuital de la red de distribución.



(a) Yagi-Uda array



(b) Aperture array

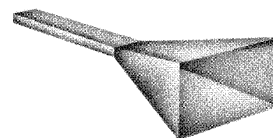


(c) Slotted-waveguide array

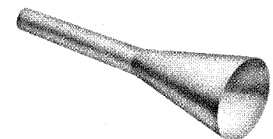
Figure 1.4 Typical wire and aperture array configurations.

## Aperturas (Bocinas)

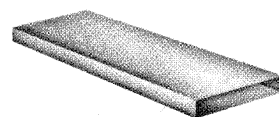
- Análisis: Principios de Equivalencia Electromagnética “Campos radiados = Transformada de Fourier del Campo de la Apertura”
- Lóbulo principal según eje de la estructura de anchura típica a -3 dB.  
 $BW_{-3dB} \approx 70\lambda/D$  (°)  
D= Dimensión de la Apertura en el plano considerado.



(a) Pyramidal horn



(b) Conical horn

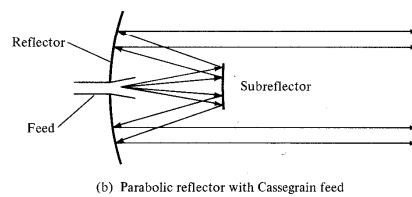
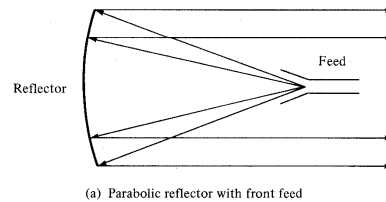


(c) Rectangular waveguide

Figure 1.3 Aperture antenna configurations.

## Aperturas (Reflectores)

- Convierte el diagrama poco directivo del alimentador en otro más directivo.
- Análisis:
  - Óptica Geométrica
  - Óptica Física
  - GTD
  - PTD, etc



## Aperturas (Lentes)

- Corrigen la fase de la onda esférica del alimentador y la convierten en una onda localmente plana
- Análisis:
  - Óptica Geométrica
  - + Principios de Equivalencia

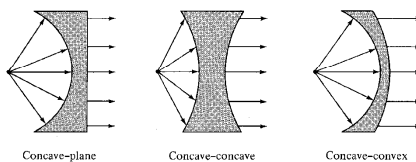
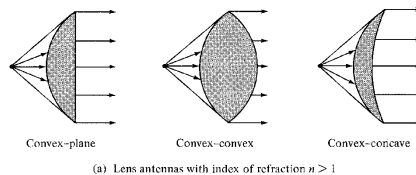


Figure 1.6 Typical lens antenna configurations. (SOURCE: L. V. Blake, *Antennas*, Wiley, New York, 1966).

## Distribución de Corrientes

- Es la función que define la forma que toma la corriente sobre la antena
- Está fijada por las condiciones de contorno de E.M.  
 $E_t$  (sobre conductores)=0

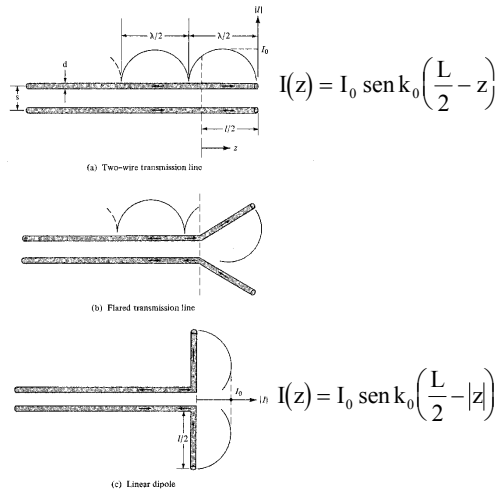


Figure 1.11 Current distribution on a lossless two-wire transmission line, flared transmission line, and linear dipole.

## Rendimiento de Radiación

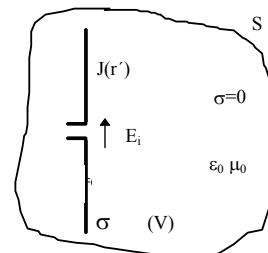
- Para una antena elijamos una superficie S que la rodee.
- El campo total es:  $\vec{E} = \vec{E}_i + \vec{E}_s$ 
  - Campo impreso  $\vec{E}_i$
  - Campo dispersado  $\vec{E}_s$
- Realizando un Balance de Energía mediante el Teorema de Poynting:

$$-\frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \iiint_{V_{\text{exte}}} \vec{j}^* \cdot \vec{E}_i dV \right] = \frac{1}{2} \iiint_{\text{Antena}} \sigma \vec{E}_s^* \cdot \vec{E}_s dV + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ \iint_S (\vec{E} \times \vec{H}^*) \cdot d\vec{S} \right]$$



$$P_{\text{ENTREGADA}} = P_{\text{DISIPADA}} + P_{\text{RADIADA}}$$

- El rendimiento de radiación vale:  $\text{Rendimiento} = \frac{P_{\text{RADIADA}}}{P_{\text{ENTREGADA}}}$
- Para que el rendimiento sea alto una de las dimensiones de la antena debe ser, al menos, comparable a  $\lambda$ .





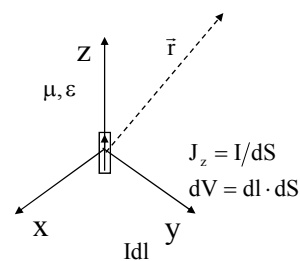
## Vector de Poyting y Unidades

- Densidades de Corriente:  $J = I/dS$  [A/m<sup>2</sup>],  $J_s = I/dC$  [A/m]
- Campos:  $E$  [V/m],  $H$  [A/m]
- Densidad de Potencia transportada por la onda radiada  $\langle S \rangle = [\text{Wattios/m}^2]$   
 $\langle S \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*]$   
 $\vec{E}$  y  $\vec{H}$  Amplitudes complejas de los campos en valores de pico.
- Permitividad del vacío:  $\epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9}$  [Faradios / m]
- Permeabilidad del vacío:  $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  [Henrios / m]
- Conductividad:  $\sigma$  [1 /  $\Omega \cdot m = \text{Siemens}$ ]
- Velocidad de propagación:  $c = 1/\sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = 3 \cdot 10^8$  [m / s]
- Impedancia del vacío:  $\eta_0 = Z_0 = |E|/|H| = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} = 120\pi = 377$  [ $\Omega$ ]

## Campo radiado por un elemento de corriente

- La fuente de radiación más simple es un elemento lineal de corriente situado en el seno de un medio isótropo, homogéneo, indefinido y sin pérdidas.
- Los campos producidos por esta fuente permiten, aplicando superposición, calcular los campos radiados por fuentes extensas. Introduciendo los potenciales  $A$  y  $\Phi$

$$\begin{aligned}
 \vec{B} &= \nabla \times \vec{A} && \Leftrightarrow && (\nabla \cdot \vec{B} = 0) \\
 \vec{E} &= -\nabla\Phi - j\omega\vec{A} && \Leftrightarrow && (\nabla \times \vec{E} = -j\omega\vec{B}) \\
 \nabla \cdot \vec{A} + j\omega\mu\epsilon\Phi &= 0 && && \text{Ec. Lorentz} \\
 &+ \text{ otras Ec. de Maxwell} && \Rightarrow && \\
 \left. \begin{aligned}
 \Delta \vec{A}(\vec{r}) + k^2 \vec{A}(\vec{r}) &= -\mu \vec{J}(\vec{r}') \\
 k^2 &= \omega_0^2 \mu\epsilon
 \end{aligned} \right\} && (\Delta + k^2) A_z &= -\mu J_z && \\
 && && && \text{Ec. escalar, con fuente } J_z \text{ puntual}
 \end{aligned}$$



## Campo radiado por un Elemento de Corriente

- Como este problema y su fuente presentan simetría esférica, la anterior ecuación queda así:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left( r^2 \frac{dA_z}{dr} \right) + k^2 A_z = -\mu J_z \quad [1]$$

- Esta es la ecuación esférica de Bessel cuyas soluciones son:

$$A_{z1}(r) = C_1 \frac{e^{-jkr}}{r} \quad \text{Propagación hacia } r \rightarrow \infty$$

$$A_{z2}(r) = C_2 \frac{e^{jkr}}{r} \quad \text{Propagación hacia } r \rightarrow 0$$

← La solución física de nuestro problema

Integrando sobre la Ecuación Completa [1] sobre una esfera de  $r \rightarrow 0$

→  $C_1 = \frac{\mu}{4\pi} J_z dV = \frac{\mu}{4\pi} Idl$

## Onda Retardada. Cte. de propagación

- Valor instantáneo del elemento de corriente:

$$I(t) = \text{Re}[I \exp(j\omega t)] = I \cos(\omega t)$$

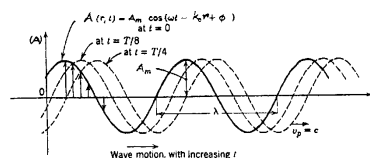
$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \text{Re}[\vec{A} e^{j\omega t}] = \text{Re} \left[ \hat{z} C_1 \frac{e^{-jkr}}{r} e^{j\omega t} \right] = \hat{z} \frac{C_1}{r} \cos(\omega t - kr) = \hat{z} \frac{C_1}{r} \cos \left[ \omega \left( t - \frac{r}{c} \right) \right]$$

- $r/c = \text{tiempo de propagación o retardo}$  que tarda la onda en viajar desde el foco emisor al punto de observación.
- A gran distancia en un intervalo  $\Delta r \ll r$  la onda esférica se comporta como plana de longitud de onda

$$\lambda = cT = c/f = \frac{2\pi}{\omega} \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = \frac{2\pi}{k_0}$$

constante de propagación =  $k_0 = 2\pi/\lambda$

Para dimensiones en cm:  $\lambda(\text{cm}) = 30/f(\text{GHz})$



## Campo radiado por un Elemento de Corriente

- Los campos que produce el elemento de corriente son:

$$\vec{H} = \frac{1}{\mu} \nabla \times \vec{A}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla \times \vec{H}$$

Sustituyendo

$$\vec{A} = \frac{\mu}{4\pi r} e^{-jkr} \text{Idl} (\hat{r} \cos\theta - \hat{\theta} \sin\theta)$$



Si  $kr \gg 1$  ( $r \gg \lambda$ ) predominan los términos en  $1/r$  frente a  $1/r^2$  o  $1/r^3$

$$\vec{H} = \hat{\phi} \left[ \frac{\partial}{\partial r} (rA_\theta) - \frac{\partial}{\partial \theta} A_r \right] = \hat{\phi} \frac{\text{Idl} \sin\theta}{4\pi r} \left( jk + \frac{1}{r} \right) e^{-jkr}$$

$$\vec{E} = \frac{j\eta \text{Idl}}{2\pi k} \left[ \hat{r} \cos\theta \left( \frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) + \hat{\theta} \frac{\sin\theta}{2} \left( -\frac{k^2}{r} + \frac{jk}{r^2} + \frac{1}{r^3} \right) \right] e^{-jkr}$$

$$\vec{H} = jkI \text{dl} \sin\theta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \hat{\phi}$$

$$\vec{E} = j\eta kI \text{dl} \sin\theta \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} \hat{\theta}$$

Campos de radiación:  $E \perp r, H \perp r, E \perp H$

## Campo radiado por un Elemento de Corriente

- La densidad de Potencia Radiada (dada por el vector de Poynting) está dirigida radialmente hacia afuera y decrece como  $1/r^2$  (onda esférica progresiva):
- Los términos de campo  $1/r^2$  y  $1/r^3$  producen un  $\langle \underline{S} \rangle$  imaginario (estos términos de E y H están en cuadratura de fase) y no contribuyen en la potencia radiada real.

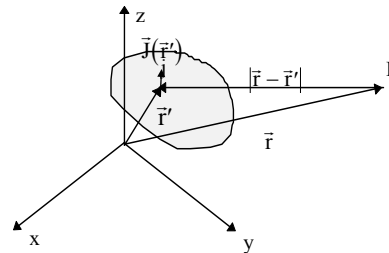
$$\langle \underline{S} \rangle = \frac{1}{2} \text{Re} [\vec{E} \times \vec{H}^*] = \hat{r} |\text{I}|^2 (\text{dl})^2 \frac{k^2 \eta \sin^2(\theta)}{32\pi^2 r^2}$$

## Campos de Radiación de una Antena

- Una distribución real de corriente se tratará como formada por elementos de corriente  $\underline{J}$  situados en  $\underline{r}'$ .

$$d\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} \bar{J}(\bar{r}') dV$$

- El potencial total radiado será la superposición.



$$\bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\bar{J}(\bar{r}') e^{-jk|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} dV' \quad \bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{S'} \frac{\bar{J}_s(\bar{r}') e^{-jk|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} dS' \quad \bar{A}(\bar{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{L'} \frac{I(\bar{r}') e^{-jk|\bar{r}-\bar{r}'|}}{|\bar{r}-\bar{r}'|} d\bar{l}'$$

**Volumen**

**Superficie**

**Línea**

## Campos de Radiación de una Antena Regiones

- El espacio que envuelve una antena se subdivide en tres regiones:
  - Región de Campo Próximo Reactivo ( $r < \lambda$ ):  
Aquella región junto a la antena donde el campo reactivo predomina.
  - Región de Campo Próximo Radiante (Zona de Fresnel):  
Región intermedia entre la de Campo Reactivo y la de Campo Lejano.  
Predominan las campos de radiación pero la distribución angular es función de la distancia a la antena.
  - Región de Campo Lejano (Zona de Radiación, Zona de Fraunhofer):  
La distribución angular del campo es independiente de la distancia  $r$  a la antena.

$$r \geq \frac{2D^2}{\lambda} \quad \text{y} \quad r \gg \lambda \quad D: \text{Dimensión Máxima de la Antena}$$

## Campos de Radiación de una Antena Aproximaciones de Campo Lejano

- Cuando  $k|\underline{r}-\underline{r}'| \gg 1$  y  $r \gg r'_{\max} \Leftrightarrow r \gg \lambda$ ,  $r \geq (2D^2)/\lambda$

$$\bar{A}(\underline{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int_{V'} \frac{\bar{J}(\underline{r}') e^{-jk|\underline{r}-\underline{r}'|}}{|\underline{r}-\underline{r}'|} dV' \quad R = |\underline{r}-\underline{r}'| = [r^2 + r'^2 - 2\underline{r} \cdot \underline{r}']^{1/2} = r \left[ 1 + \left(\frac{r'}{r}\right)^2 - \frac{2\underline{\hat{r}} \cdot \underline{r}'}{r} \right]^{1/2}$$



$$\bar{A}(\underline{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \frac{e^{-jk r}}{r} \iiint_{V'} \bar{J}(\underline{r}') e^{jk\underline{\hat{r}} \cdot \underline{r}'} dV' \quad \leftarrow R \approx r \left[ 1 - \frac{1}{2} \left( \frac{2\underline{\hat{r}} \cdot \underline{r}'}{r} \right) \right] = r - \underline{\hat{r}} \cdot \underline{r}'$$

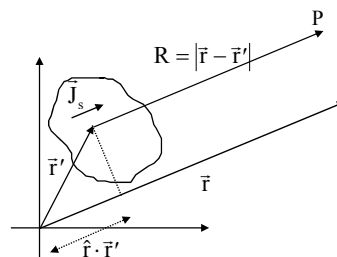
- Los campos de Radiación cuando  $k|\underline{r}-\underline{r}'| \gg 1$  valen:

$$\begin{aligned} \bar{H} &= -\frac{j\omega}{\eta} (\underline{\hat{r}} \times \bar{A}) & \bar{H} &= \frac{\underline{\hat{r}} \times \bar{E}}{\eta} & \bar{E} &\perp \bar{H} \\ \bar{E} &= -j\omega (\underline{\hat{r}} \times \bar{A}) \times \underline{\hat{r}} & \bar{E} &= \eta (\bar{H} \times \underline{\hat{r}}) & \bar{E} &\perp \underline{\hat{r}} \\ & & & & \bar{H} &\perp \underline{\hat{r}} \end{aligned} \quad \rightarrow$$

## Interpretación Geométrica de la Aproximación

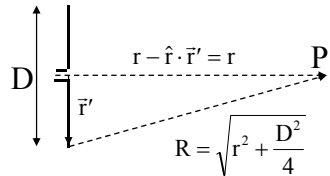
- La interpretación geométrica de la aproximación es la que se da en la figura
  - Si el punto de observación se considera a distancia infinita el vector de distancia R se considera paralelo a la dirección de observación  $\underline{\hat{r}}$  por lo que entonces:

$$R = |\underline{r}-\underline{r}'| \approx r - \underline{\hat{r}} \cdot \underline{r}'$$



## Condición de Campo Lejano

- El máximo error de fase cometido permite definir un criterio de distancia mínima.



El máximo error de fase es:

$$k \left( \sqrt{r^2 + \frac{D^2}{4}} - r \right) = k \frac{D^2}{8r}$$

- Este criterio de  $r_{\min} = 2D^2/\lambda$  es necesario aplicarlo a la hora de realizar medidas de antenas, si bien a veces es insuficiente para medidas de lóbulos secundarios muy bajos.

Dando un valor de  $\pi/8$  ( $\approx 22,5^\circ$ ), que introduce poco error en los cálculos:

$$r_{\text{Mínima}} \approx \frac{2D^2}{\lambda}$$

## Campos de Radiación de una Antena Propiedades

- Los campos de radiación de cualquier antena cumplen:
  - La dependencia de  $\underline{E}$  y  $\underline{H}$  con  $r$  es la de una onda esférica  $e^{-jk r}/r$ .
  - Los campos  $\underline{E}$  y  $\underline{H}$  dependen de  $\theta$  y  $\phi$  puesto que la onda esférica es no homogénea.
  - La onda esférica radiada se comporta localmente como plana:

$$\begin{array}{l} \underline{\bar{E}} \perp \hat{r} \\ \underline{\bar{H}} \perp \hat{r} \end{array} \quad |\underline{\bar{E}}| = \eta |\underline{\bar{H}}|$$

- Los campos  $\underline{E}$  y  $\underline{H}$  no poseen componente radiales:

$$\left. \begin{array}{l} \vec{A}(\vec{r}) = A_r \hat{r} + A_\theta \hat{\theta} + A_\phi \hat{\phi} \\ \vec{E} = -j\omega \left( \hat{r} \times \vec{A} \right) \times \hat{r} \end{array} \right\} \rightarrow \begin{array}{l} E_r = 0 \\ E_\theta = -j\omega A_\phi \\ E_\phi = -j\omega A_\theta \end{array} \quad \begin{array}{l} H_r = 0 \\ E_\theta/H_\phi = \eta \\ -E_\phi/H_\theta = \eta \end{array}$$

## Campos de Radiación de una Antena Propiedades

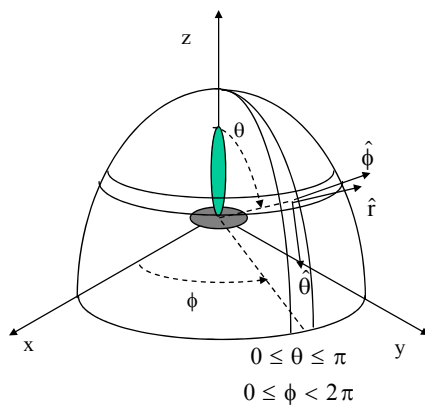
- La densidad de potencia radiada por la onda decrece como  $1/r^2$ . Si el medio no tiene pérdidas toma el valor:

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[\vec{E} \times \vec{H}^*] = \frac{1}{2\eta} \left[ |E_\theta(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2 \right] \hat{r} = \frac{1}{2\eta} \frac{|F_\theta(\theta, \phi)|^2 + |F_\phi(\theta, \phi)|^2}{r^2} \hat{r}$$

- La expresión más general del campo de una antena en función de  $F_\theta$  y  $F_\phi$  (funciones escalares complejas) es:

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_\theta(\vec{r})\hat{\theta} + E_\phi(\vec{r})\hat{\phi} = \left( F_\theta(\theta, \phi)\hat{\theta} + F_\phi(\theta, \phi)\hat{\phi} \right) \frac{e^{-jkr}}{r}$$

## Campos de Radiación de una Antena en Coordenadas Esféricas



### Vector de Poynting

$$\langle \vec{S} \rangle = \frac{1}{2\eta} \left[ |E_\theta(\theta, \phi)|^2 + |E_\phi(\theta, \phi)|^2 \right] \hat{r}$$

### Campo Eléctrico Radiado

$$\vec{E}(\vec{r}) = E_\theta(\vec{r})\hat{\theta} + E_\phi(\vec{r})\hat{\phi}$$

## Parámetros de Transmisión de una Antena



- Impedancia de Entrada,
- Diagrama de Radiación,
- Intensidad de Radiación,
- Directividad,
- Ganancia y Eficiencia,
- Polarización



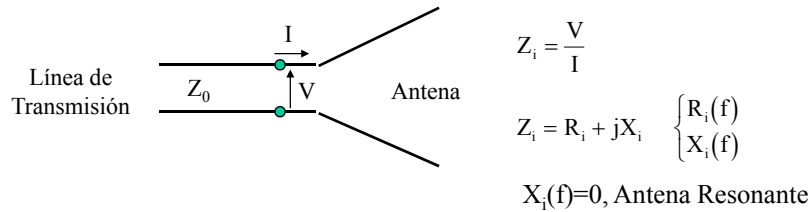
## Parámetros Básicos de una Antena

- Parámetros susceptibles de ser medidos y definidos de acuerdo con el standard del IEEE 145-1973.
- Permiten, desde el punto de vista de sistemas, tratar la antena como una caja negra.
- Se definen parámetros de tipo circuital y de tipo direccional.
- La mayoría de estos parámetros se definen en transmisión, si bien son válidos también en recepción.



## La antena como elemento de circuito Impedancia de entrada.

- La antena presenta a la línea de transmisión una impedancia  $Z_i$ .



- Circuitos Equivalentes de Transmisión y Recepción.



## La antena como elemento de circuito Parámetros alternativos.

- La parte real de la impedancia de entrada es la suma de la resistencia de pérdidas y la resistencia de radiación.

$$R_i = R_{\text{pérdidas}} + R_{\text{radiación}}$$

$$R_{\text{radiación}} \cong 2 \frac{P_{\text{radiada}}}{|I|^2}$$

$$\text{Rendimiento} = \frac{P_{\text{radiada}}}{P_{\text{entregada}}} = \frac{R_{\text{radiación}}}{R_{\text{pérdidas}} + R_{\text{radiación}}}$$

- Otros parámetros alternativos a la impedancia de entrada, más fácilmente medibles en el rango de alta frecuencia son:

- Coeficiente de Reflexión:  $\rho = \frac{Z_i - Z_0}{Z_i + Z_0}$
- Pérdidas de Retorno (dB):  $20 \log |\rho|$
- Relación de Onda Estacionaria (ROE):  $\text{ROE} = \frac{1 + |\rho|}{1 - |\rho|}$

## Parámetros de Radiación Diagramas de Radiación

- Se definen como una *representación gráfica de las propiedades de radiación de una antena (intensidad de radiación, amplitud y fase de los campos, etc) en función de las coordenadas direccionales del espacio.*
- Se representarán diagramas de:
  - campo :  $|\underline{E}|, E_\theta, E_\phi, \arg(E_\theta), \arg(E_\phi), E_{CP}, E_{XP}, \text{ etc}$
  - potencia :  $\langle S \rangle$
- Los formatos que pueden tomar los diagramas son:
  - Diagramas Absolutos: se representan los diagramas para una potencia y una distancia constante.
  - Diagramas Relativos: normalizados respecto al máximo valor de la función representada.
- La representación suele hacerse en escala logarítmica (dB). Entonces los diagramas de potencia y de campo coinciden ya que:  $10 \log \frac{\langle S \rangle}{\langle S \rangle_{\max}} = 20 \log \frac{|E|}{|E|_{\max}}$
- Las coordenadas respecto a las que se representan los diagramas son:  $(\theta, \phi), (u, v)$ 

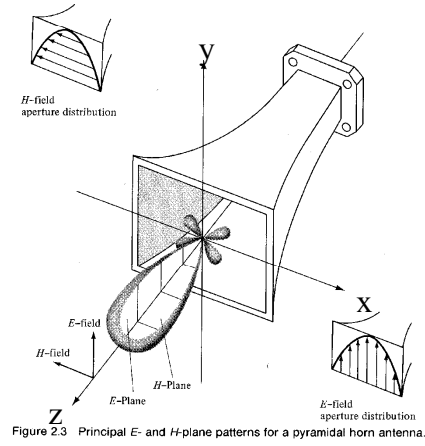
$$u = \sin \theta \cos \phi$$

$$v = \sin \theta \sin \phi$$

## Diagramas de Radiación

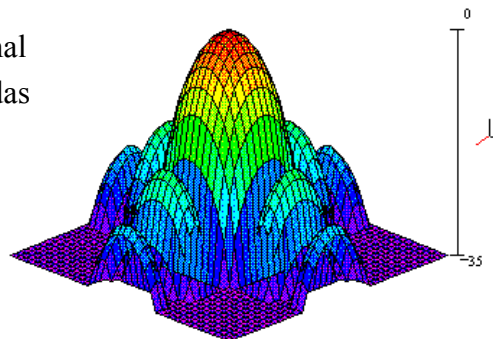
- Desde el punto de vista de representación gráfica se realizan diagramas:
  - Tridimensionales
  - Diagramas 2D:
    - Representación en forma de curvas de Nivel.
  - Cortes  $\theta = \text{cte}$  y  $\phi = \text{cte}$ :
    - Cortes del Diagramas de Radiación por superficies planas.  $\phi = \text{cte}$  y  $\theta = \pi/2$
    - Para antenas directivas y polarización lineal suele bastar con conocer los diagramas de los planos principales:
      - Plano E: contiene el vector  $\underline{E}$  y a la dirección de máxima radiación
      - Plano H: contiene el vector  $\underline{H}$  y a la dirección de máxima radiación

## Diagramas de Radiación Planos Principales

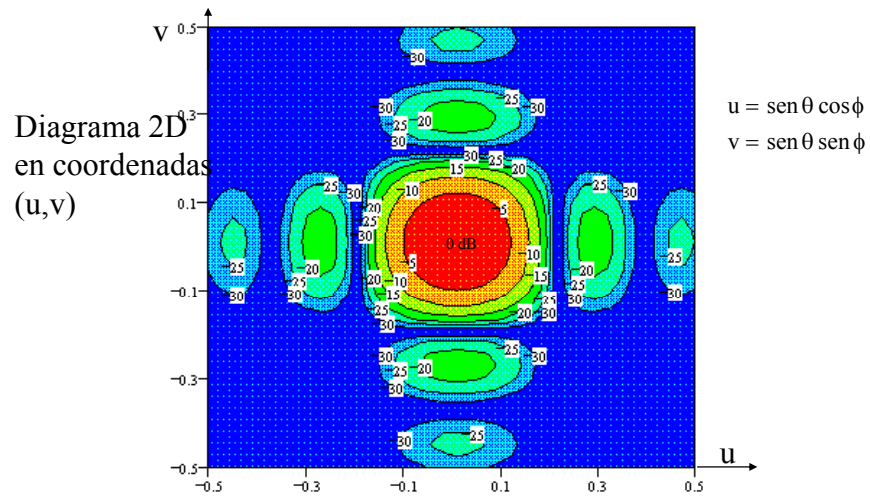


## Representación Tridimensional

Diagrama  
Tridimensional  
en coordenadas  
(u,v)

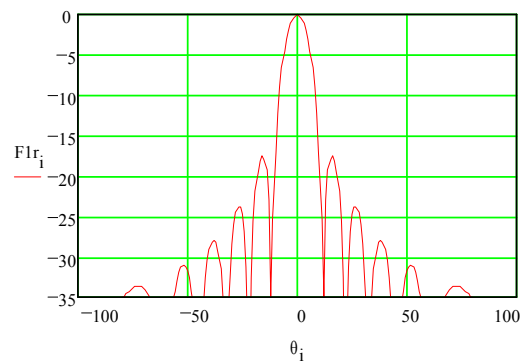


## Diagrama Bidimensional

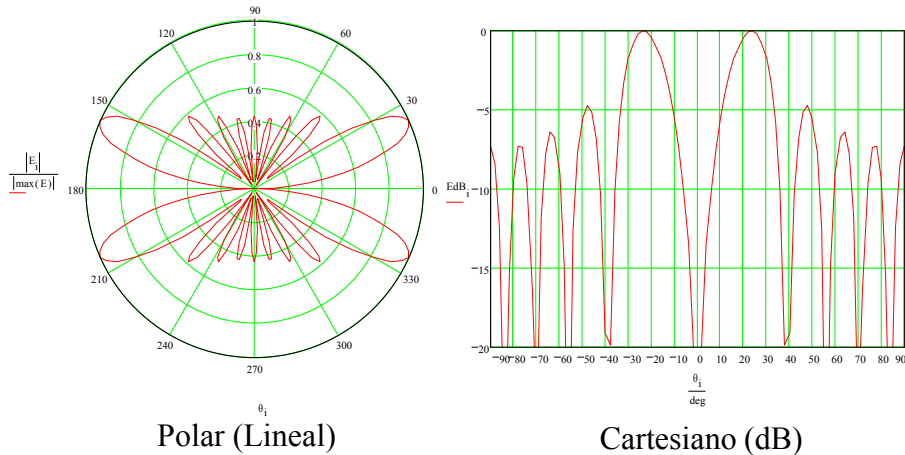


## Cortes del Diagrama de Radiación

Corte en  $\phi=0^\circ$   
( $v=0$ )



## Sistemas de Representación: Polar y Cartesiano



## Tipos de Diagramas

- Atendiendo al servicio que da la antena se clasifican en:
  - Isotrópicos (cuasi-isotrópico)
  - Direccionales: Concentra la radiación fundamentalmente en un pequeño cono angular:
    - Pínel: Haz cónico (p.e. para comunicaciones punto a punto)
    - Abanico (p.e. antenas sectoriales de estaciones base de sist. móviles)
    - Haz contorneado, típicos para dar cobertura ajustada en servicios DBS
    - Haz conformado, típicos de radar de vigilancia ( $\text{csc}^2$ )
    - Multihaz (varios lóbulos principales)
  - Omnidireccionales: Direccionales en un plano e isotrópicos en el otro.
  - Multidiagrama: Varios diagramas simultáneos.
  - Antenas de Haz Reconfigurable

## Ejemplos de Diagramas

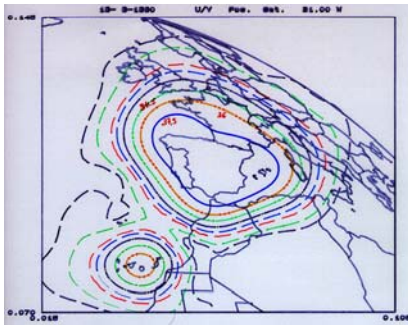
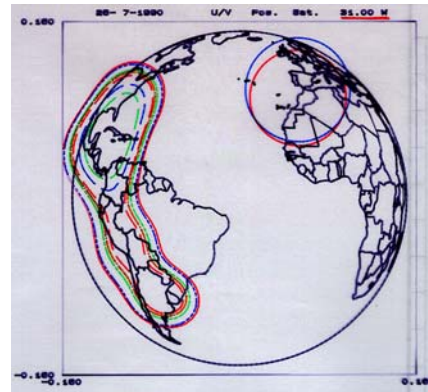


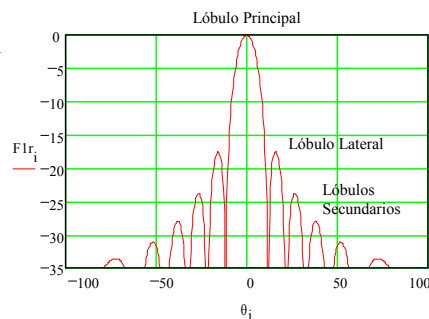
Diagrama multihaz de haces contorneados de la antena DBS del satélite HISPASAT.



Diagramas de la antena TVA-GOV (antena multidiagrama) del satélite HISPASAT.

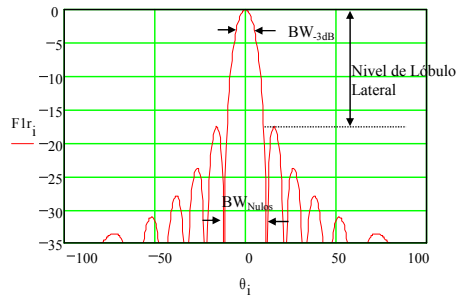
## Diagramas de Radiación

- LOBULO: porción del diagrama delimitada por regiones de radiación más débil.
  - Lóbulo Principal (contiene la dirección máxima radiación)
  - Lóbulos secundarios, los no principales.
  - Lóbulos laterales (adyacentes al lóbulo principal)
  - Lóbulo posterior, en dirección opuesta al principal.



## Diagramas de Radiación

- Otros parámetros del diagrama de radiación son:
  - Nivel de Lóbulos Secundarios (del mayor lóbulo secundario respecto al principal)
  - Ancho del haz principal a -3dB (entre puntos de potencia mitad).
  - Ancho del haz principal entre nulos.
  - Relación delante detrás, (relación entre el lóbulo principal y el posterior).



$$BW_n \approx 2,25 BW_{-3dB}$$

## Intensidad de Radiación

- Angulo Sólido:
  - Zona del espacio abarcada por una sucesión de líneas radiales con vértice en el centro de una esfera.
  - Su unidad es el estereoradián ( ángulo sólido que abarca una superficie esférica  $r^2$  con un radio  $r$ ).
- Intensidad de Radiación:
  - Es la potencia radiada por unidad de ángulo sólido.

$$d\Omega = \frac{dA}{r^2} = \frac{r^2 \sin \theta d\theta d\phi}{r^2} = \sin \theta d\theta d\phi$$

$$U(\theta, \phi) = \frac{\langle S(r, \theta, \phi) \rangle dA}{d\Omega} = r^2 \langle S(r, \theta, \phi) \rangle$$

## Directividad

- Ganancia Directiva:  $D(\theta, \phi)$ 
  - Cociente entre la intensidad de radiación en una dirección y la intensidad de radiación de una antena isótropa

$$D(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\text{isotrópica}}} = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{radiada}}}$$

$$P_{\text{radiada}} = \int_{\theta=0}^{\pi} \int_{\phi=0}^{2\pi} U(\theta, \phi) \sin\theta d\phi d\theta$$

- Directividad:  $D_0$ .
  - Ganancia directiva en la dirección de máxima radiación.
  - Siempre mayor o igual que 1 (0 dBi).
  - Expresada en dBi vale:  $10 \log D_0$ .

## Ganancia y Eficiencia

- Ganancia de Potencia:  $G(\theta, \phi)$

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{entregada}}}$$

- Ganancia:  $G_0$ .

- Ganancia de Potencia en la dirección de máxima radiación.
- Puede ser menor que 1
- Expresada en dBi vale:  $10 \log G_0$ .

- Eficiencia  $\text{Eficiencia} = \frac{P_{\text{radiada}}}{P_{\text{entregada}}} = \frac{G_0}{D_0}$   $G(\theta, \phi) = \text{Eficiencia} \cdot D(\theta, \phi)$

- P.I.R.E.: Potencia Isotrópica Radiada Equivalente

$$\langle S(\theta, \phi) \rangle = \frac{G(\theta, \phi) \cdot P_{\text{ent.}}}{4\pi r^2} \equiv \frac{\text{PIRE}(\theta, \phi)}{4\pi r^2} \quad [\text{W} / \text{m}^2]$$

Las curvas de P.I.R.E. se trazan normalmente en dBW



## Directividad versus Ancho de Haz

- A partir del diagrama normalizado de potencia:

$$f(\theta, \phi) = \frac{U(\theta, \phi)}{U_{\max}} \leq 1$$

$$D(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{\int_{4\pi} U(\theta, \phi) d\Omega} = 4\pi \frac{f(\theta, \phi)}{\int_{4\pi} f(\theta, \phi) d\Omega} = D_0 f(\theta, \phi) = 4\pi \frac{f(\theta, \phi)}{\Omega_A}$$

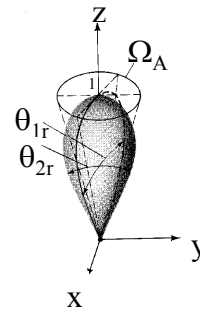
donde  $\Omega_A$  es el ángulo sólido del haz y  $D_0 = \frac{4\pi}{\Omega_A}$

- Para antenas directivas, tipo pincel

$$\Omega_A \cong \theta_{1r} \cdot \theta_{2r} \quad (\text{Anchuras de haz a } -3\text{dB})$$

$$D_0 \cong \frac{4\pi}{\theta_{1r} \cdot \theta_{2r}} = \frac{41,253}{\theta_{1d} \cdot \theta_{2d}} \quad \left( \begin{array}{l} r: \text{rad} \\ d: \text{grados} \end{array} \right)$$

- Condición de normalización:  $\int_{4\pi} D(\theta, \phi) d\Omega = 4\pi$



## Polarización

- Es la “figura que traza en función del tiempo, para una dirección fija, el extremo del vector del campo radiado y su sentido de giro, visto por un observador desde la antena”.

$$\vec{E} = E_\theta \hat{\theta} + E_\phi \hat{\phi} \quad \begin{cases} E_\theta = |E_\theta| e^{j\delta_\theta} \\ E_\phi = |E_\phi| e^{j\delta_\phi} \end{cases}$$

Tiempo



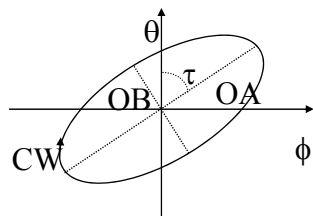
$$\begin{aligned} E_{\theta i} &= |E_\theta| \cos(\omega t + \delta_\theta) \\ E_{\phi i} &= |E_\phi| \cos(\omega t + \delta_\phi) \end{aligned}$$



Eliminando t

$$\left( \frac{E_{\theta i}}{|E_\theta|} \right)^2 - 2 \frac{E_{\theta i}}{|E_\theta|} \frac{E_{\phi i}}{|E_\phi|} \cos \delta + \left( \frac{E_{\phi i}}{|E_\phi|} \right)^2 = \text{sen}^2 \delta$$

$$\delta = \delta_\phi - \delta_\theta$$



Elipse de Polarización

## Tipos de Polarización

### Características de la Elipse

- Angulo del Eje Mayor con  $\theta$

Si  $\delta = \pi/2$  la elipse está centrada en los ejes ( $\tau=0$ )

$$\tau = \frac{1}{2} \operatorname{atan} \left( \frac{2|E_\theta||E_\phi| \cos \delta}{|E_\theta|^2 - |E_\phi|^2} \right)$$

- Relación Axial

$$AR = \frac{OA}{OB} = \cot \left[ \frac{1}{2} \operatorname{asin} \left( \frac{2|E_\theta||E_\phi| \sin \delta}{|E_\theta|^2 + |E_\phi|^2} \right) \right]$$

- Sentido de Giro de Polarización (Circular o Elíptica)

A derechas (CW, RHC):  $\delta < 0$

A izquierdas (CCW, LHC):  $\delta > 0$

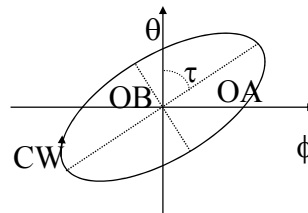
### Tipos de Polarización:

- Lineal: El campo se mueve sobre una recta ( $AR=\infty$ ).

$$a) \delta = 0 \quad b) E_\theta = 0 \quad c) E_\phi = 0$$

- Circular: El extremo del campo se mueve sobre una circunferencia ( $AR=1$ )

$$|E_\theta| = |E_\phi| \quad \text{y} \quad \delta = 90^\circ (\text{LHC}) \quad \text{o} \quad \delta = -90^\circ (\text{RHC})$$



## Polarización: Componentes Copolar y Contrapolar

- Una polarización cualquiera  $\vec{E}(\theta, \phi) = E_\theta(\theta, \phi)\hat{\theta} + E_\phi(\theta, \phi)\hat{\phi}$  se puede poner como contribución de dos componentes ortogonales entre sí.

$$\vec{E}(\theta, \phi) = E_\theta(\theta, \phi)\hat{\theta} + E_\phi(\theta, \phi)\hat{\phi}$$



$$\vec{E} = E_{CP}\hat{u}_{CP} + E_{XP}\hat{u}_{XP}$$

$$\vec{E} = E_{CPC}\hat{u}_{CPC} + E_{XPC}\hat{u}_{XPC}$$

$$\hat{u}_{CPC} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{u}_{CP} \pm j\hat{u}_{XP})e^{-j\phi}$$

$$\hat{u}_{XPC} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{u}_{CP} \mp j\hat{u}_{XP})e^{+j\phi}$$

$$\hat{u}_{CP} \cdot \hat{u}_{XP} = 0$$

$$\hat{u}_{CPC} \cdot \hat{u}_{XPC}^* = 0$$

- Estas componentes pueden ser lineales ( $E_{CP}, E_{XP}$ ) o circulares ( $E_{CPC}, E_{XPC}$ ).
- Las antenas se construyen para radiar principalmente una de las componentes que se denominan:
  - Componente Copolar (la deseada).
  - Componente Contrapolar (la no deseada).

## Polarización: Diagramas Copolar y Contrapolar

$$\vec{E}(\theta, \phi) = E_\theta(\theta, \phi)\hat{\theta} + E_\phi(\theta, \phi)\hat{\phi}$$



$$\vec{E}(\theta, \phi) = E_{CP}(\theta, \phi)\hat{u}_{cp} + E_{XP}(\theta, \phi)\hat{u}_{xp}$$

### Componentes CP y XP:

- Lineales:

3ª Definición de Ludwig para componentes lineales (Medidas)

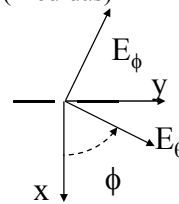
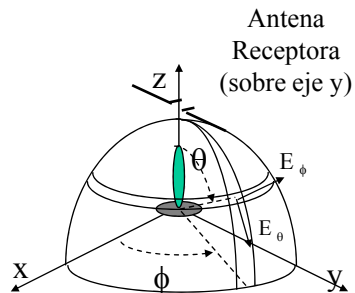
$$E_{CP}(\theta, \phi) = E_\theta(\theta, \phi)\sin\phi + E_\phi(\theta, \phi)\cos\phi$$

$$E_{XP}(\theta, \phi) = E_\theta(\theta, \phi)\cos\phi - E_\phi(\theta, \phi)\sin\phi$$

- Circulares

$$E_{RHC} = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_\theta - jE_\phi)e^{-j\phi}$$

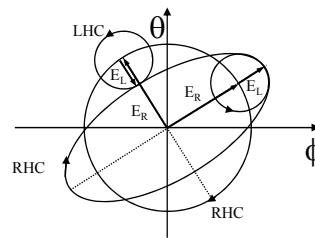
$$E_{LHC} = \frac{1}{\sqrt{2}}(E_\theta + jE_\phi)e^{+j\phi}$$



## Relaciones útiles entre Polarizaciones

### Relación de Polarización Circular

$$\rho = \frac{|E_{RHC}|}{|E_{LHC}|} \quad 0 \leq \rho \leq \infty \quad \begin{cases} \rho = 0 & \text{Circular Izq.} \\ \rho = 1 & \text{Lineal} \\ \rho = \infty & \text{Circular Der.} \end{cases}$$



### Relación Axial

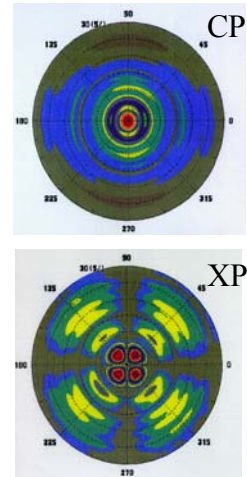
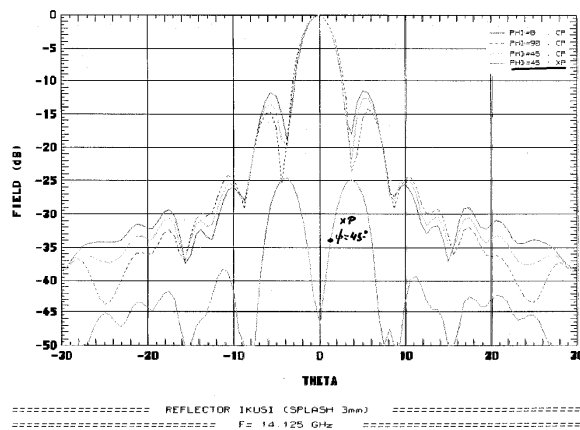
$$r = \frac{|E_{RHC}| + |E_{LHC}|}{|E_{RHC}| - |E_{LHC}|} \quad AR = |r| \quad 1 \leq AR \leq \infty \quad \begin{cases} r > 0 & \text{Giro a derechas} \\ r < 0 & \text{Giro a izquierdas} \end{cases}$$

AR=1 Polarización Circular  
AR=∞ Polarización Lineal

### Conversiones

$$r = \frac{\rho + 1}{\rho - 1} \quad \rho = \frac{r + 1}{r - 1}$$

## Diagramas CP-XP típicos de una estación terrena



## La Antena en Recepción

- Teorema de Reciprocidad,
- Sistema Antena T-Medio-Antena R como Cuadripolo Lineal y Reciproco,
- Reciprocidad de los Diagramas,
- Cálculo de la Tensión inducida en c.a.,
- Fórmula de Friis,
- Área Equivalente,
- Ecuación del Radar,
- Temperatura de Ruido de Antena,
- Análisis del Ruido. Antenas Frías.

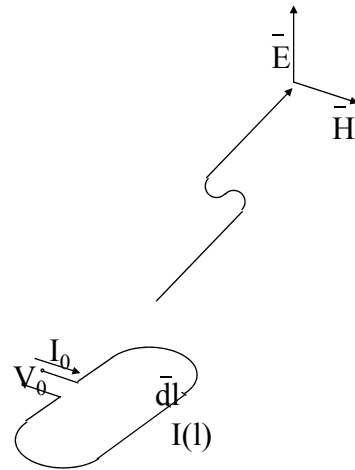
Universidad Politécnica de Madrid



## Introducción

- Antena en Transmisión
  - Alimentada por una tensión  $V_0$  (corriente de entrada  $I_0$ ).
  - Se genera una distribución de corriente  $I(l)$ , que está fijada por las Ecuaciones de Maxwell y sus condiciones de contorno.
  - $I(l)$  radia unos campos lejanos  $E, H$  que localmente presentan propiedades de onda plana.

$$\vec{E}_{\text{tang}}|_{\text{conductor}} = 0$$

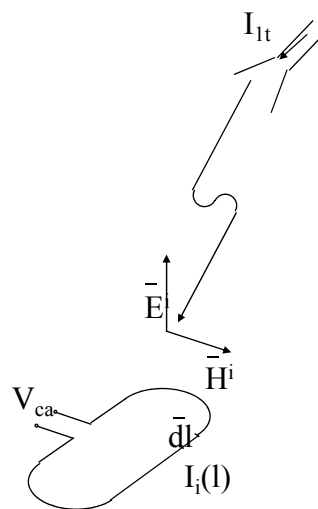


## Introducción

- Antena en Recepción
  - Si sobre la misma antena incide una onda localmente plana (sobre el volumen que ocupa la antena), producida por otra antena transmisora alejada, con unos campos  $E^i$  y  $H^i$ .
  - Se inducen en los conductores unas corrientes  $I_i(l)$ , responsables de un campo dispersado  $E^s$  que cumple la condición de contorno:

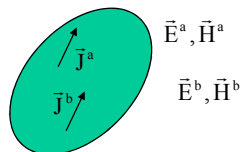
$$(\vec{E}^i + \vec{E}^s)|_{\text{conductor}} = 0 \Rightarrow \vec{E}_{\text{tang}}^i = -\vec{E}_{\text{tang}}^s$$

- Con la antena en circuito abierto aparece una tensión  $V_{ca}$ .
- La tensión  $V_{ca}$  es función de  $E^i$  y  $H^i$  (función a su vez de la corriente  $I_{1t}$  de la antena transmisora, de su geometría y de la distancia entre ambas).
- Se puede definir una impedancia mutua  $Z_{21} = V_{ca2}/I_{1t}$  que mide el acoplo entre ambas antenas con la receptora en c.a.



## Teorema de Reciprocidad de Lorentz

- Dos conjuntos de fuentes  $J^a$  y  $J^b$  (que pueden existir simultáneamente o en instantes sucesivos, pero de la misma frecuencia) limitadas a un volumen finito, que producen campos  $E^a, H^a$  y  $E^b, H^b$  cumplen que:



### Ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \cdot (\vec{E}^a \times \vec{H}^b - \vec{E}^b \times \vec{H}^a) = \vec{E}^b \cdot \vec{J}^a - \vec{E}^a \cdot \vec{J}^b$$

$$\iiint_V \nabla \cdot (\vec{E}^a \times \vec{H}^b - \vec{E}^b \times \vec{H}^a) dv =$$

$$= \iint_S (\vec{E}^a \times \vec{H}^b - \vec{E}^b \times \vec{H}^a) \cdot d\vec{s} = \iiint_V (\vec{E}^b \cdot \vec{J}^a - \vec{E}^a \cdot \vec{J}^b) dv$$

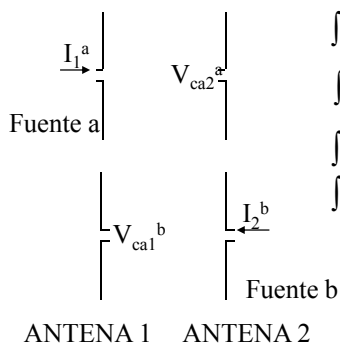
- Para  $R = \infty$  (Ondas Esféricas).

$$\left. \begin{aligned} H_\theta &= -\frac{E_\phi}{Z_0} \\ H_\phi &= \frac{E_\theta}{Z_0} \end{aligned} \right\} \iint_S (\vec{E}^a \times \vec{H}^b - \vec{E}^b \times \vec{H}^a) \cdot d\vec{s} = 0 \Rightarrow \iiint_V \vec{E}^b \cdot \vec{J}^a dv = \iiint_V \vec{E}^a \cdot \vec{J}^b dv$$

## Teorema de Reciprocidad de Lorentz Aplicado a Antenas

Sean dos antenas 1 y 2 con fuentes a y b

$$\iiint_{ANT_1} \vec{E}_1^a \cdot \vec{J}_1^b dsdl + \iiint_{ANT_2} \vec{E}_2^a \cdot \vec{J}_2^b dsdl = \iiint_{ANT_1} \vec{E}_1^b \cdot \vec{J}_1^a dsdl + \iiint_{ANT_2} \vec{E}_2^b \cdot \vec{J}_2^a dsdl$$

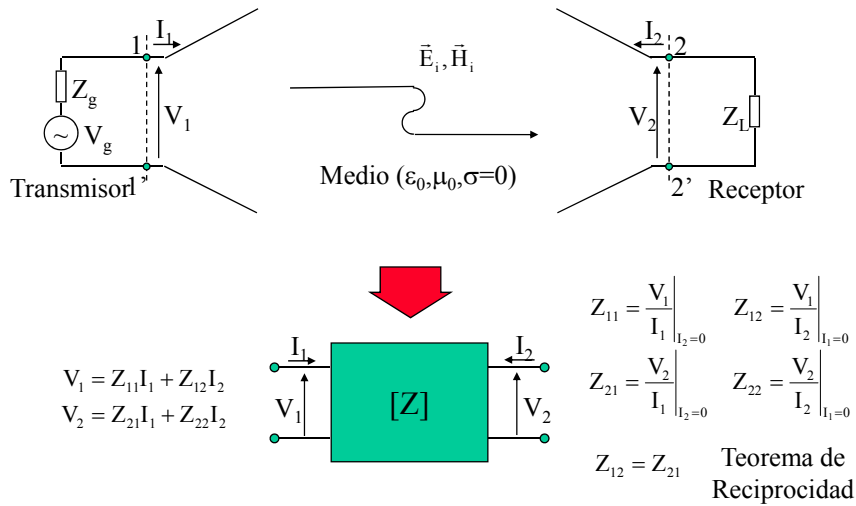


$$\begin{aligned} \iiint_{ANT_1} \vec{E}_1^a \cdot \vec{J}_1^b dsdl &= 0 && \text{Ya que sobre los conductores} \\ \iiint_{ANT_2} \vec{E}_2^a \cdot \vec{J}_2^b dsdl &= 0 && \text{(donde existe corrientes) los} \\ &&& \text{campos se anulan} \\ \iiint_{ANT_2} \vec{E}_2^a \cdot \vec{J}_2^b dsdl &= \int_{ANT_2} \vec{E}_2^a \cdot I_2^b d\vec{l} = -I_2^b V_{ca2}^a \\ \iiint_{ANT_1} \vec{E}_1^b \cdot \vec{J}_1^a dsdl &= \int_{ANT_1} \vec{E}_1^b \cdot I_1^a d\vec{l} = -I_1^a V_{ca1}^b \end{aligned}$$

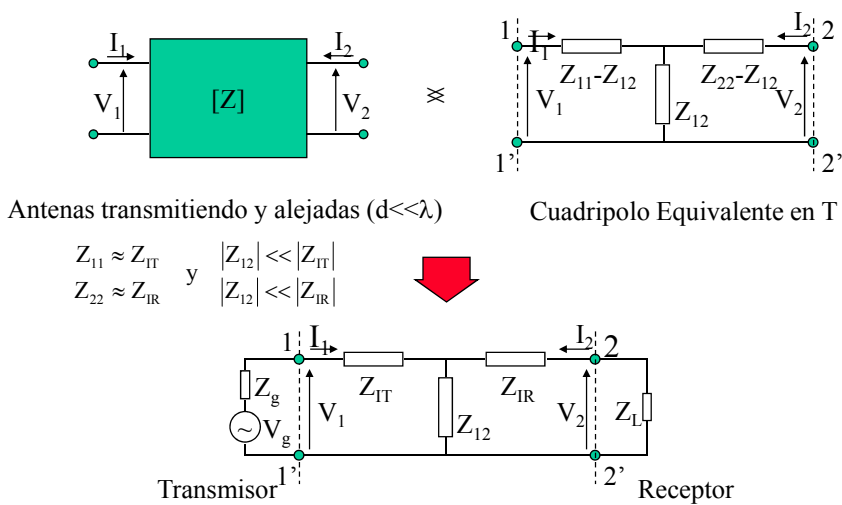
$$\boxed{I_2^b V_{ca2}^a = I_1^a V_{ca1}^b}$$

$$Z_{21}^a = Z_{12}^b = \frac{V_{ca2}^a}{I_1^a} = \frac{V_{ca1}^b}{I_2^b}$$

## Sistema Antena T-Medio-Antena R como Cuadripolo Lineal y Reciproco



## Sistema Antena T-Medio-Antena R como Cuadripolo Lineal y Reciproco



## Circuito Equivalente extremo Transmisor

$|Z_{12}| \ll |Z_{IT}|$

**Transmisor**                      **Receptor**                      **Transmisor**      $Z_g = R_g + jX_g$

Potencia Disponible del Transmisor  
 ( $Z_{IT} = Z_g^*$ ):  $P_{DT} = \frac{1}{8} \frac{|V_g|^2}{R_g}$

Potencia Entregada a la antena transmisora:  $P_{ET} = \frac{1}{2} |I_1|^2 R_{IT} = P_{DT} [1 - |\Gamma_T|^2]$

Coeficiente reflexión del extremo transmisor:  $\Gamma_T = \frac{Z_{IT} - Z_g^*}{Z_{IT} + Z_g}$

De otro modo, con coeficientes medidos respecto a una línea de transmisión común:
 
$$\left. \begin{aligned}
 P_{ET} &= \frac{(1 - |\Gamma_i|^2)(1 - |\Gamma_g|^2)}{|1 - \Gamma_i \Gamma_g|^2} \left\{ \begin{aligned}
 \Gamma_i &= \frac{Z_{IT} - Z_c^*}{Z_{IT} + Z_c} \\
 \Gamma_g &= \frac{Z_g - Z_c^*}{Z_g + Z_c}
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right\}$$

## Circuito Equivalente extremo Receptor

$|Z_{12}| \ll |Z_{IR}|$

**Transmisor**                      **Receptor**                      **Generador Equivalente de Thevenin**                      **Receptor**

$Z_s = Z_{IR} = R_{IR} + jX_{IR}$

$V_{ca} = \frac{V_g}{Z_g + Z_{IT}} Z_{12}$

Potencia Disponible en bornes de la antena R (es la entregada al receptor si  $Z_L = Z_{IR}^*$ ):  $P_{DR} = \frac{1}{8} \frac{|V|^2}{R_{IR}}$  **¡La misma de Transmisión!**

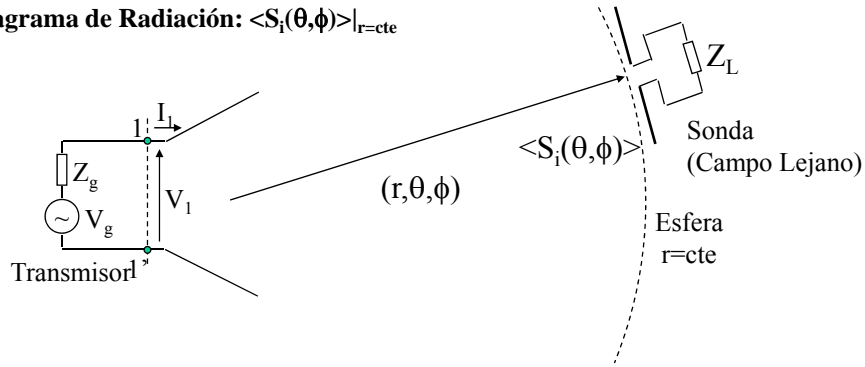
Potencia Entregada al Receptor:  $P_{ET} = \frac{1}{2} |I_2|^2 R_L = P_{DR} [1 - |\Gamma_R|^2]$

Coeficiente reflexión del Receptor:  $\Gamma_R = \frac{Z_L - Z_{IR}^*}{Z_L + Z_{IR}}$



## Reciprocidad de los Diagramas

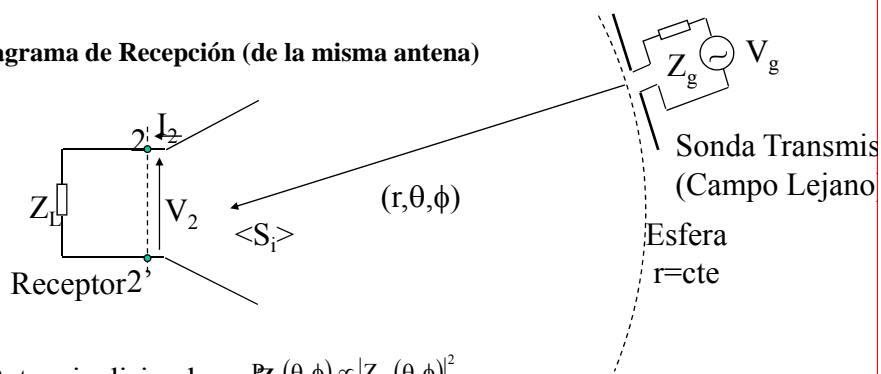
**Diagrama de Radiación:**  $\langle S_i(\theta, \phi) \rangle|_{r=\text{cte}}$



$$\langle S_i(\theta, \phi) \rangle \propto P_{ER}(\theta, \phi) = \frac{1}{2} \left| \frac{V_g Z_{12}(\theta, \phi)}{Z_g + Z_{IT}} \right|^2 \left| \frac{1}{Z_L + Z_{IS}} \right|^2 \text{Re}[Z_L] \propto |Z_{12}(\theta, \phi)|^2$$

## Reciprocidad de los Diagramas

**Diagrama de Recepción (de la misma antena)**



Potencia disipada en  $Z_L(\theta, \phi) \propto |Z_{12}(\theta, \phi)|^2$

Este análisis circuital permite poner de manifiesto la reciprocidad (coincidencia) entre los diagramas de transmisión y recepción de una misma antena

## Cálculo de la Tensión Inducida $V_{ca}$

Antena Transmisor

Antena Receptora

Aplicando el Teorema de Reciprocidad a dos terminales sobre una misma antena tipo dipolo:

- “1” : Terminales de alimentación de la Antena
- “2” : Un punto arbitrario de longitud  $dz$

Si la antena funciona en transmisión:

- Alimentando “1” con un generador de tensión  $V_0$
- Cortocircuitando “2” circula una corriente  $I(z)$

de modo que: 
$$Y_{21}(z) = \frac{I_{2cc}}{V_0} = \frac{I(z)}{V_0}$$

Si la antena funciona en recepción, el campo incidente paralelo (tangente) a la antena induce sobre ella un campo disperso igual y de signo contrario, lo que equivale a situar:

- en “2” un generador de tensión  $E_z^i dz$
- y cortocircuitando “1” se produce una corriente  $dI_{cc}$

de modo que: 
$$Y_{12}(z) = \frac{dI_{cc}}{E_z^i dz}$$

## Cálculo de la Tensión Inducida

Por el Teorema de Reciprocidad se cumple que:

$$Y_{21}(z) = Y_{12}(z) \Rightarrow \frac{I(z)}{V_0} = \frac{dI_{cc}}{E_z^i dz} \Rightarrow dI_{cc} = \frac{1}{V_0} I(z) E_z^i dz$$

La corriente total en cortocircuito vale: 
$$I_{cc} = \int_{Antena} dI_{cc} = \frac{1}{V_0} \int_{Antena} I(z) E_z^i dz$$

Teniendo en cuenta la igualdad de impedancias de entrada en transmisión y en recepción:

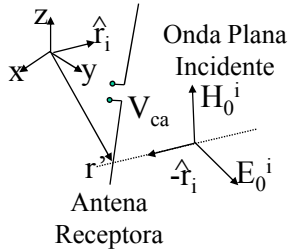
$$Z_{in} = \frac{V_0}{I_0} = -\frac{V_{ca}}{I_{cc}}$$

La tensión en circuito abierto vale: 
$$V_{ca} = -\frac{1}{I_0} \int_{Antena} I(z) E_z^i dz$$

y para una distribución lineal curvilínea de corrientes: 
$$V_{ca} = -\frac{1}{I_0} \int_{Antena} I(l) \vec{E}^i \cdot d\vec{l}$$

Nótese que esta tensión no depende de  $I_0$ . Es sólo función del campo incidente y de la geometría que fija la distribución de corriente.

## Cálculo de la Tensión Inducida $V_{ca}$

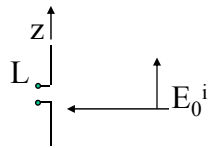


En el caso de una antena iluminada por una onda plana de amplitud  $E_0^i$  la expresión anterior se puede expresar más explícitamente como:

$$\vec{E}^i = \vec{E}_0^i e^{-jk_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}_i}$$

$$V_{ca} = -\frac{1}{I_0} \int_{Antena} I(\vec{r}') \vec{E}_0^i e^{jk_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}_i} \cdot d\vec{l}$$

Para un dipolo corto de Hertz ( $L \ll \lambda$ ) la tensión inducida en c.a. vale el producto de su longitud por el campo paralelo al mismo

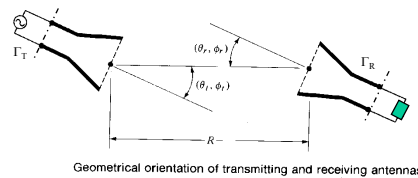


$$\left. \begin{aligned} I(z) &= I_0 \\ \vec{r}' &= z' \hat{z} \\ e^{jk_0 \vec{r}' \cdot \hat{r}_i} &\approx 1 \\ z'_{max} &= L/2 \ll \lambda \end{aligned} \right\} V_{ca} = -\vec{E}_0^i \cdot \vec{L} = -E_{0z}^i L$$

## Fórmula de Friis

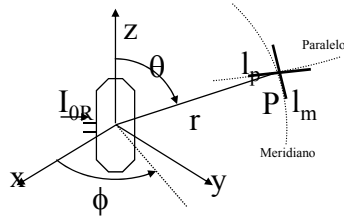
- La Ecuación de Friis permite calcular las pérdidas de inserción de un radioenlace en función de parámetros de transmisión de ambas antenas asociados a las direcciones en que cada una de ellas ve a la otra.

$$\frac{P_{Entregada Rx}}{P_{Disponible Tx}} = |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 \cdot [1 - |\Gamma_T|^2] \cdot [1 - |\Gamma_R|^2] \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \cdot G_T(\theta_T, \phi_T) \cdot G_R(\theta_R, \phi_R)$$



## Demostración de la Formula de Friis

❶ Consideremos en primer una antena receptora R funcionando en transmisión, alimentada por  $I_{0R}$ .



$$\vec{A}^R(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{e^{-jkr}}{r} \iint_S \vec{J}_{sR}(\vec{r}') e^{jk\vec{r}\cdot\vec{r}'} ds'$$

$$\vec{E}^R(P) = E_\theta^R \hat{\theta} + E_\phi^R \hat{\phi}$$

Las tensiones inducidas sobre dos dipolos cortos de longitud  $l_m$  y  $l_p$ , situados sobre un meridiano y un paralelo, valen respectivamente:

$$V_m = -E_\theta^R l_m$$

$$V_p = -E_\phi^R l_p$$

## Demostración de la Formula de Friis

❷ Invertiendo los papeles, es decir alimentado con  $I_{0R}$  simultáneamente ambos dipolos cortos, por el teorema de reciprocidad, la tensión en bornes de R en circuito abierto vale:

$$V = V_m + V_p = -E_\theta^R l_m - E_\phi^R l_p \quad (1)$$

Por otra parte los campos que generan los dipolos sobre R son:

Campo lejano de un dipolo corto para  $\theta = \pi/2$

$E_\theta = j \frac{Z_0}{2\lambda} Idl \frac{e^{-jkr}}{r} \text{sen } \theta$   
 $\vec{E}\left(\frac{\pi}{2}\right) = -j \frac{Z_0}{2\lambda} Idl \frac{e^{-jkr}}{r} \hat{z}$

➔

$E_\theta^m = -j \frac{Z_0}{2\lambda} l_m I_{0R} \frac{e^{-jkr}}{r}$   
 $E_\phi^p = -j \frac{Z_0}{2\lambda} l_p I_{0R} \frac{e^{-jkr}}{r}$

Despejando  $l_p$  y  $l_m$  y sustituyendo en (1) resulta:

$$V = -j \frac{2\lambda r}{Z_0 I_{0R} e^{-jkr}} (E_\theta^R E_\theta^m + E_\phi^R E_\phi^p)$$

## Demostración de la Formula de Friis

---

⊕ Si en P colocamos una antena transmisora, alimentada con una corriente  $I_{0T}$ , que produce sobre R un campo:

$$\vec{E}^T = E_0^T \hat{\theta} + E_\phi^T \hat{\phi}$$

La tensión en la antena R vale:

$$V = -j \frac{2\lambda r}{Z_0 I_{0R}} e^{-jkr} (\vec{E}^R \cdot \vec{E}^T)$$

Esta tensión V no depende de  $I_{0R}$ , puesto que  $E^R \propto I_{0R}$ . Sin embargo, tanto la geometría como la distribución de corrientes de la antena receptora están implícitas en  $E^R / I_{0R}$ .

Para trabajar con potencias:

$$|V|^2 = \frac{4\lambda^2 r^2}{Z_0^2} \frac{|\vec{E}^R \cdot \vec{E}^T|^2}{|I_{0R}|^2}$$

## Demostración de la Formula de Friis

---

⊕ Calculando en primer lugar:

$$\frac{P_{DR}}{P_{ET}} = \frac{\frac{|V|^2}{8R_{IR}}}{\frac{1}{2}|I_{0T}|^2 R_{IT}} = \frac{\lambda^2 r^2}{Z_0^2} \frac{|\vec{E}^R \cdot \vec{E}^T|^2}{|I_{0R}|^2 R_{IR} |I_{0T}|^2 R_{IT}}$$

Definiendo los vectores unitarios de polarización  $e_T$  y  $e_R$  como sigue e introduciéndolos en el cociente de potencias.

$$\hat{e}_T = \frac{\vec{E}_T}{|\vec{E}_T|} \quad \hat{e}_R = \frac{\vec{E}_R}{|\vec{E}_R|} \quad \rightarrow \quad \frac{P_{DR}}{P_{ET}} = \frac{\lambda^2 r^2}{Z_0^2} |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 \frac{|\vec{E}^R|^2}{|I_{0R}|^2 R_{IR}} \frac{|\vec{E}^T|^2}{|I_{0T}|^2 R_{IT}}$$

## Demostración de la Formula de Friis

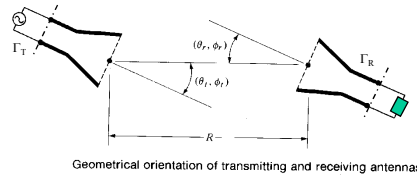
Finalmente, usando las definiciones de ganancia de potencia y las desadaptaciones de impedancia en los extremos Tx y Rx.

$$G(\theta, \phi) = 4\pi \frac{U(\theta, \phi)}{P_{\text{entregada}}} = 4\pi \frac{\frac{r^2}{2Z_0} |E|^2}{\frac{1}{2} |I_0|^2 R_t} \quad \rightarrow \quad \frac{P_{DR}}{P_{ET}} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 G_T G_R$$

$$\frac{P_{ER}}{P_{DT}} = \frac{P_{DR}}{P_{ET}} (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_R|^2) \quad \rightarrow \quad \frac{P_{ER}}{P_{DT}} = \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 G_T G_R (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_R|^2)$$

Más explícitamente

$$\frac{P_{\text{Entregada Rx}}}{P_{\text{Disponible Tx}}} = |\hat{e}_T(\theta_t, \phi_t) \cdot \hat{e}_R(\theta_r, \phi_r)|^2 \cdot [1 - |\Gamma_T|^2] \cdot [1 - |\Gamma_R|^2] \cdot \left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \cdot G_T(\theta_t, \phi_t) \cdot G_R(\theta_r, \phi_r)$$



## Factores de Pérdidas

Definiendo las pérdidas del radioenlace en dB como:  
cabe hablar de:

$$-10 \log \left( \frac{P_{\text{Entregada Rx}}}{P_{\text{Disponible Tx}}} \right)$$

– Pérdidas por desacople de polarización:

$$FPP = -20 \log(|\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|)$$

– Pérdidas por desadaptación de impedancia:

$$-10 \log[1 - |\Gamma_T|^2] - 10 \log[1 - |\Gamma_R|^2]$$

– Pérdidas de propagación de espacio libre:

$$-20 \log \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)$$

Estas pérdidas están relacionadas con el carácter esférico de la onda transmitida.

– Ganancias de Potencia:

$$-G_T(\text{dB}) \quad \text{y} \quad -G_R(\text{dB})$$

## Factor de Pérdidas de Polarización

En el caso más general se puede escribir:

$$\hat{e}_T = \hat{\theta} \cos \alpha_T + \hat{\phi} \sin \alpha_T e^{j\delta_T} \quad \hat{e}_R = \hat{\theta} \cos \alpha_R + \hat{\phi} \sin \alpha_R e^{j\delta_R}$$

$$FPP = |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 = (\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R)(\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R)^*$$

$$FPP = \cos^2(\alpha_T - \alpha_R) - \sin 2\alpha_T \cdot \sin 2\alpha_R \cdot \sin^2\left(\frac{\delta_T + \delta_R}{2}\right)$$

obteniéndose acoplo perfecto (FPP=1) sólo cuando:

$$\left. \begin{array}{l} \alpha_R = \alpha_T \\ \delta_R = -\delta_T \end{array} \right\} \text{ Antena receptora y onda incidente (antena transmisora) tienen exactamente la misma polarización: elipses coincidentes y mismo sentido de giro para observadores situados sobre cada una de las antenas.}$$

## Factor de Pérdidas de Polarización Casos prácticos

### ■ Polarizaciones Lineales

(Ejemplo con dipolos)

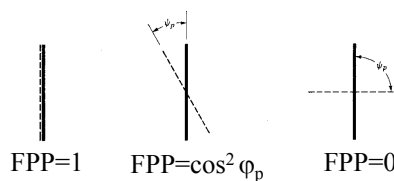
Un desajuste de 1° en la orientación de polarización (variación máxima admitida en estaciones terrenas) causa pequeñas pérdidas en el acoplamiento copolar pero acopla -35 dB de componente contrapolar.

### ■ Polarizaciones Circulares

Acoplo perfecto (FPP=1) si el sentido de giro de polarización de ambas antenas coincide. Desacoplo completo si son de sentido contrario.

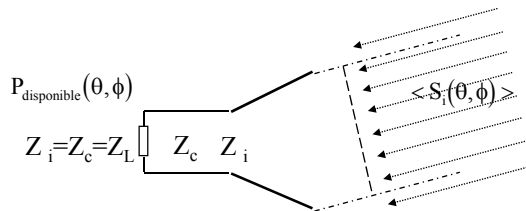
### ■ Polarización Lineal y Circular

FPP=1/2 independiente de la orientación de la polarización lineal



## Área Equivalente

- Si se considera la antena como una apertura capaz de captar energía electromagnética incidente sobre ella, se puede definir un área equivalente de antena como la “relación entre la potencia entregada a la carga y la densidad de potencia de la onda incidente”.



$$A_c(\theta, \phi) = \frac{P_{\text{disponible}}(\theta, \phi)}{\langle S_i(\theta, \phi) \rangle}$$

\* Esta definición considera acoplo perfecto de polarización entre la onda incidente y la antena, y acoplo perfecto de impedancias

$$P_{\text{ER}} = P_{\text{DT}} \underbrace{(1 - |\Gamma_T|^2)}_{\langle S_i(\theta, \phi) \rangle} G_T \frac{1}{4\pi^2} \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 (1 - |\Gamma_R|^2)$$

$$P_{\text{ER}} = \langle S_i(\theta, \phi) \rangle A_c(\theta, \phi) |\hat{e}_T \cdot \hat{e}_R|^2 (1 - |\Gamma_R|^2)$$

Fórmula de Friis alternativa

## Area Equivalente

- Se relaciona con la ganancia:

$$A_c(\theta, \phi) = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R(\theta, \phi) \Rightarrow A_{\text{emax}} = \frac{\lambda^2}{4\pi} G$$

¡Diagramas de Transmisión y de Recepción idénticos!

- Se relaciona con el área física para las antenas de apertura:

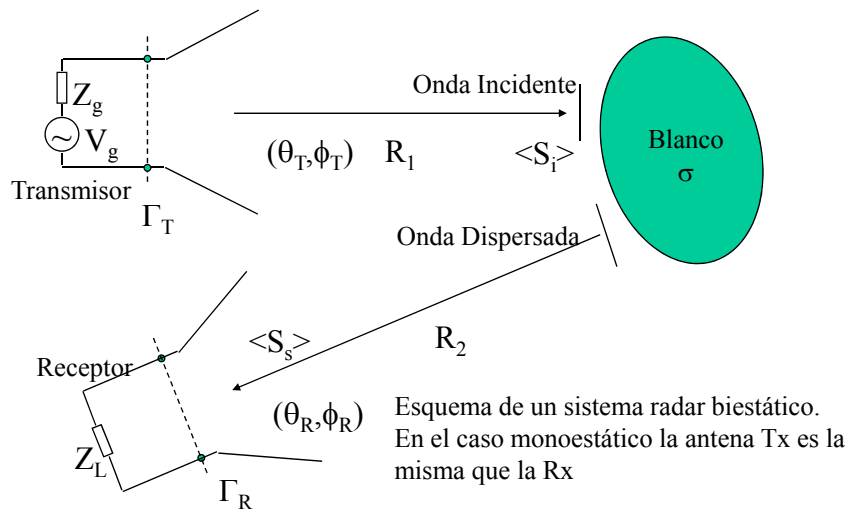
$$A_{\text{emax}} = \text{Eficiencia}_{\text{Radiacion}} \text{Eficiencia}_{\text{apertura}} A_{\text{apertura}}$$

$$G_0 = \epsilon_a \frac{4\pi}{\lambda^2} A_{\text{apertura}}$$

Eficiencia de Apertura típicas:  $\epsilon_a = 0,5$  a 1



## Ecuación del Radar: Sistema Radar



## Sección Recta Radar $\sigma$

- Es el área de intercepción de potencia incidente que dispersada isotrópicamente en todas las direcciones del espacio produce sobre el receptor una densidad de potencia igual a la proveniente del blanco real.

$$\langle S_s \rangle = \lim_{\substack{R_1 \rightarrow \infty \\ R_2 \rightarrow \infty}} \left( \frac{\sigma \langle S_i \rangle}{4\pi R_2^2} \right) \quad \Rightarrow \quad \sigma = \lim_{\substack{R_1 \rightarrow \infty \\ R_2 \rightarrow \infty}} \left( 4\pi R_2^2 \frac{\langle S_s \rangle}{\langle S_i \rangle} \right) \quad [\text{m}^2]$$

- Define las características de reflexión del blanco y para el caso monoestático depende de su geometría y composición, y de las polarizaciones manejadas en transmisión y recepción:  $\sigma_{hh}$ ,  $\sigma_{hv}$ ,  $\sigma_{vv}$ .

Esfera de radio  $a (\gg \lambda)$   $\sigma_{hh} = \sigma_{vv} = \pi a^2$  A 10 GHz: Coche  $10^2 \text{ m}^2$   
 Jumbo  $10^4 \text{ m}^2$   
 Placa Plana de area A  $\sigma_{\text{max}} = 4\pi(A/\lambda)^2$  Hombre  $1 \text{ m}^2$

## Ecuación del Radar

Potencia capturada por el blanco que es radiada isotrópicamente:  $P_c = \sigma \langle S_i \rangle = \sigma \frac{P_{DT} (1 - |\Gamma_T|^2) G_T(\theta_T, \phi_T)}{4\pi R_1^2}$

Densidad de Potencia incidente sobre la antena receptora:  $\langle S_s \rangle = \frac{P_c}{4\pi R_2^2}$

Potencia entregada al receptor:  $P_{ER} = |\hat{e}_s \cdot \hat{e}_R|^2 (1 - |\Gamma_R|^2) \langle S_s \rangle \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R(\theta_R, \phi_R)$

**Biestático**  $\rightarrow \frac{P_{ER}}{P_{DT}} = |\hat{e}_s \cdot \hat{e}_R|^2 (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_R|^2) \sigma \left( \frac{\lambda}{4\pi R_1 R_2} \right)^2 \frac{G_T(\theta_T, \phi_T) G_R(\theta_R, \phi_R)}{4\pi}$

**Monoestático**  $\rightarrow \frac{P_{ER}}{P_{DT}} = |\hat{e}_s \cdot \hat{e}_R|^2 (1 - |\Gamma_T|^2) (1 - |\Gamma_R|^2) \frac{\sigma}{4\pi R^2} \left( \frac{\lambda}{4\pi R} \right)^2 G_0^2$

¡Las pérdidas aumentan como  $1/R^4$  !

## Temperatura de Ruido de Antena

- Todos los cuerpos con una temperatura diferente de 0°K desprenden radiación incoherente (ruido).
- La antena capta esa radiación de todos los cuerpos que la rodean a través de su diagrama de radiación.
- Siendo  $N_{DR}$  la potencia de ruido disponible en bornes de la antena, su temperatura de ruido se define mediante:

siendo:  $N_{DR} \equiv k T_A B_f$

- $k$ , cte. de Boltzman =  $1.38 \cdot 10^{-23}$  (julio/K)
- $B_f$ , el Ancho de Banda de Ruido (Hz)
- $T_a$ , la temperatura de Ruido de Antena (K)

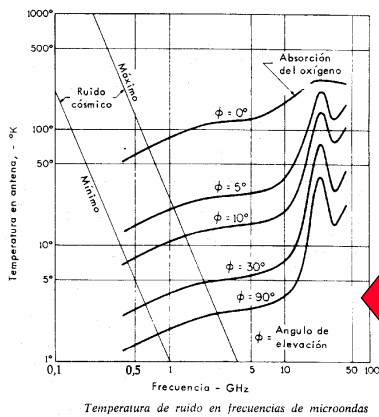
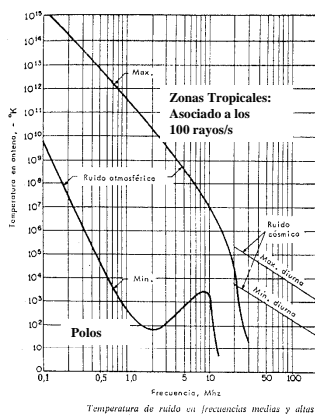
## Temperatura de Ruido de Antena

- En función de la Temperatura de Brillo  $T_b(\theta, \phi)$  asociada a la radiación de ruido que incide sobre la antena para la dirección  $(\theta, \phi)$ , la Temperatura de Antena  $T_a$  se obtiene como:

- $T_a$  depende de orientación de la antena respecto de las radiofuentes celestes y de la atmósfera, pero sobre todo de la banda de frecuencia de trabajo.

$$T_a = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} T_b(\theta, \phi) G(\theta, \phi) d\Omega = \frac{1}{\Omega_A} \int_{4\pi} T_b(\theta, \phi) f(\theta, \phi) d\Omega$$

## Valores Típicos de $T_A$



Antenas de haz estrecho apuntando con el lóbulo principal a una elevación  $\phi$  sobre el horizonte con atmósfera clara (sin sumar contribución del suelo)

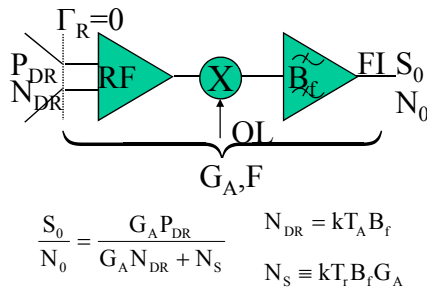
La atenuación atmosférica producida por la lluvia, niebla, etc incrementa la temperatura de antena en el valor de la tabla.

Atenuación atmosférica ( $L_{atm}$ , dB)	Temperatura de ruido adicional de la antena ( $\Delta T_A$ )
0,5 dB	27 K
1 dB	51 K
2 dB	92 K
3 dB	124 K
5 dB	170 K

## Análisis del Ruido

- En todo canal de comunicaciones se trata de mantener una relación de señal ruido prefijada de antemano (en función del tipo de comunicación) empleando la señal más débil posible.
- El ruido de los sistemas fija su nivel de SENSIBILIDAD definida como el mínimo nivel de señal admitida sin degradar una determinada relación señal/ruido.

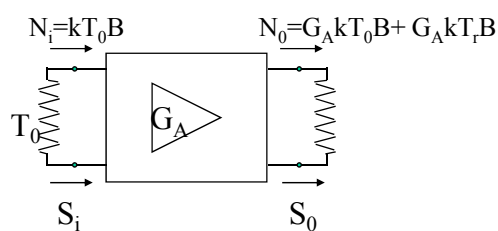
### ESQUEMA PARA EL ANÁLISIS DEL RUIDO



$N_S$  - Potencia de ruido, generada en el interior del receptor, media a su salida.  
 $T_r$  - Temperatura de ruido equivalente del receptor referida a sus bornas de entrada  $= (F-1)T_0$   
 $T_A$  - Temperatura de ruido de antena.  
 $F$  - Figura de ruido  $(S_i/N_i)/(S_0/N_0)$ , con  $N_i = kT_0 B_f$   
 $T_0$  - Temperatura de referencia  $= 290^\circ K$   
 $B_f$  - Banda equivalente de ruido  $\approx B_{-3dB}$  de FI.  
 $P_{DR}$  - Nivel de potencia disponible (de señal) en bornes de la antena receptora.

## Figura de Ruido y Temperatura equivalente de Ruido del Receptor

### Esquema de Medida



$$F \equiv \frac{S_i/N_i}{S_0/N_0} = \frac{1}{S_0/S_i} \frac{N_0}{N_i}$$

$$F = \frac{1}{G_A} \frac{G_A kT_0 B + G_A kT_r B}{kT_0 B} = 1 + \frac{T_r}{T_0}$$

$$T_r = (F-1)T_0$$

## Sensibilidad y Parámetro G/T

Conocida la Temperatura Total de Ruido del Sistema:  $T = T_r + T_A$

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{G_A P_{DR}}{G_A N_{DR} + N_S} = \frac{P_{DR}}{k B_f (T_A + T_r)} = \frac{P_{DR}}{k B_f T}$$

SENSIBILIDAD =  $P_{DR\text{MINIMA}}$

Fórmula de Friis

$$\frac{P_{DR\text{Minima}}}{P_{\text{Disponible Tx}}} = |\hat{e}_r \cdot \hat{e}_R|^2 \cdot [1 - |\Gamma_T|^2] \cdot [1 - |\Gamma_R|^2]$$

$$\left(\frac{\lambda}{4\pi R}\right)^2 \cdot G_T(\theta_t, \phi_t) \cdot G_R(\theta_r, \phi_r)$$

Calculo del resto de parámetros del enlace:

- Potencia del Transmisor
- Ganancia de las antenas, etc

$G/T = G(\text{dB}) - 10 \log(T(\text{K}))$

Es una medida global del sistema receptor que viene fijada por la ganancia de la antena ( $G_R$ ) y por la calidad del receptor (F). En consumo es muy importante optimizar económicamente el diseño jugando con ambos elementos

$$P_{DR} \ll S_i > A_e$$

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi} G_R$$

$$\frac{S_0}{N_0} = \frac{<S_i> \lambda^2}{k B_f 4\pi} \left(\frac{G_R}{T}\right)$$

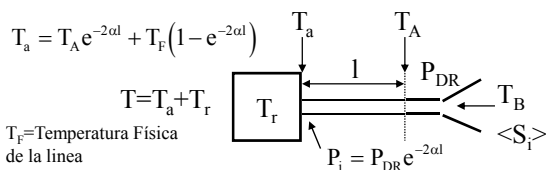
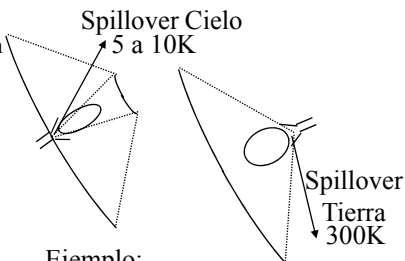
## Antenas Frías

Puesto que la temperatura total de ruido es:  $T = T_r + T_A$

Para sistemas de microondas que utilizan amplificadores de muy bajo nivel de ruido (masers, paramétricos o FET) con temperaturas equivalentes de ruido  $T_r$  del orden de 5 a 10 °K es muy importante cuidar el diseño de la antena receptora para que no degrade la temperatura total. Se deben usar "ANTENAS FRIAS" de baja  $T_A$ .

1) Empleando sistemas reflectores de tipo Cassegrain o Gregoriano en vez de reflectores de primer foco.

2) Empleando alimentadores y líneas de conexión de bajas pérdidas refrigeradas.



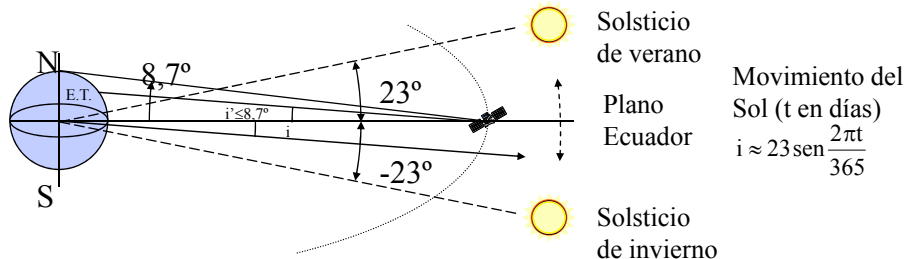
Ejemplo:

$$e^{-2\alpha l} = -0,2 \text{ dB} \Rightarrow 0,95$$

$$T_A = 10\text{K} \quad T_r = 300\text{K} \Rightarrow T_a = 9,5\text{K} + 15\text{K}$$

$$T_A = 10\text{K} \quad T_r = 30\text{K} \Rightarrow T_a = 9,5\text{K} + 1,5\text{K}$$

## Interferencia Solar en Estaciones Terrenas



- Se produce Interferencia Solar cuando el sol se situa en frente del lóbulo principal de la estación terrena, es decir cuando  $i \approx i'$ .
- Para el hemisferio norte esto sucede unos días antes ("0" a 21 días) del equinoccio de primavera y unos días después del de otoño.
- Calculo de la Duración (para una antena de  $\theta^\circ$  de Ancho de Haz a -3dB)
  - Duración Diaria:  $\approx \frac{2\theta}{\omega_{Tierra}} = \frac{2\theta}{360^\circ/86400 \text{seg}} \approx 480 \cdot \theta^\circ \text{seg}$
  - Número de Días en que se produce:  $\approx \frac{2\theta}{8,7^\circ/21 \text{días}} \approx 5 \cdot \theta^\circ \text{días}$
- Durante estos periodos si  $\theta < 0,5^\circ$  (Ángulo de visión del disco solar) la  $T_A$  alcanza la  $T_{BRILLO SOL} \approx 20.000K$  a 4GHz,  $\approx 6.000K$   $f > 10GHz$